

No quadro abaixo é dado um resumo dos resultados obtidos (em correcções à longitude tabular da Lua) em comparação com os valores determinados pelo serviço internacional :

	Tapada	S. I.
1938	2'',09	1'',88
1939	1'',32	1'',34
1940	0'',96	0'',92
1941	0'',93	—
1942	0'',24	—
1943	0'',20	—

Embora continue a servir para as necessidades da

geodesia e da navegação, o nosso padrão de medida de tempo, durante tantos séculos julgado permanente, deixou de merecer confiança aos astrónomos.

Já hoje êle não é empregado no cálculo rigoroso dos eclipses totais do Sol, no estudo das estrêlas duplas espectroscópicas e das variáveis de curto período.

Qual a causa destas irregularidades do nosso padrão de tempo? Haverá possibilidade de o substituímos por outro mais rigoroso?

A resposta a estas perguntas é de capital importância para a Astronomia; num outro artigo apresentaremos a nossa opinião, numa tentativa para o esclarecimento do problema.

## PEDAGOGIA

### SOBRE O TREINO DE ESTUDO DOS NOSSOS PROFESSORES

por *Hugo B. Ribeiro* (bolseiro em Zürich do I. A. C.)

No seu artigo «Algumas reflexões sobre os exames de aptidão» («Gazeta de Matemática», n.º 17) o prof. Bento Caraça indica-nos resultados dos exames de aptidão na sua escola que podem fornecer elementos para o estudo da coordenação entre os nossos ensinos, secundário e superior, de Matemática. Em conclusão, sublinha como as insuficiências dos candidatos a estes exames revelam falta de espírito crítico e automatismo e apela para um longo debate sobre esta questão que «envolve muito profundamente o interesse nacional». Muitos dos nossos professores considerarão, naturalmente, como um simples dever profissional o contribuírem com a sua experiência para se esclarecer, nesta oportunidade, origens e remédios de tais deficiências e, especialmente, para se averiguar da extensão delás. Mas as experiências dos estudantes interessam também no debate. Por isto nos resolvemos a indicar o que segue, com o que não pretendemos senão sublinhar observações oportunas, algumas das quais, já repetidamente foram feitas, mesmo neste jornal <sup>(1)</sup>.

1. Falta de espírito crítico e automatismo em Matemática, aparecem naturalmente juntos e significam ignorância e inconsciência da ignorância, aí, onde o conhecimento não se tem sem exercício aturado da faculdade crítica e com o puro automatismo (talvez porque na utilização, com êxito, dos resultados matemáticos êsse predicado do conhecimento em geral intervem a cada passo). O mal colectivo diagnosticado não resultará, decerto, de deficiências fisiológicas a manifestarem-se em determinadas gerações; mas as suas causas, nem tôdas novas, residem num meio social

propício, e parece que se manifestam entre nós, neste momento, mais agudamente. Não podemos esperar que tôdas essas causas se conheçam e facilmente possam resolver-se para actuarmos de uma forma progressiva: é também na medida em que soubermos encarar os problemas singulares e, nestes, as causas singulares, que tomamos consciência das relações de interdependência entre estas, que nos fortalecemos para apressarmos a construção de novas relações e, finalmente, da solução aceitável. Isolaremos, aqui, uma, entre as causas próximas, que provavelmente é decisiva: ¿ Não será normal, entre nós, a impreparação matemática dos que ensinam e se destinam a ensinar, Matemática? <sup>(2)</sup> E, se assim é, ¿ não resulta já, esta normal falta de treino de estudo dos nossos professores, de que só excepcionalmente a Matemática terá sido considerada, entre nós, como um objecto, próprio, independente, de estudo? O que estas interrogações significam, aqui, é o que rapidamente procuramos explicar no que segue.

2. Na hipótese mais favorável, o nosso, comum, professor de Matemática tem, depois da preparação mate-

<sup>(2)</sup> Não se põem aqui em questão os esforços individuais dos nossos professores de matemática no sentido da elevação do nível da sua preparação profissional; trata-se somente da qualidade de treino que é exigida para a sua profissão.

A Sociedade Portuguesa de Matemática, e especialmente o prof. Bento Caraça, tem procurado reunir informações sobre a preparação exigida no estrangeiro aos professores de matemática das escolas secundárias. Só agora podem enviar-se à S. P. M. alguns dados, com êste fim, relativos à Suíça. Publicar-se-ão provavelmente na «Gazeta de Matemática»; e estão em inteiro acôrdo com as impressões que deixamos neste artigo.

<sup>(1)</sup> Leia-se, por exemplo, o artigo de António Monteiro «O prémio nacional Doutor Francisco Gomes Teixeira», «Gazeta de Matemática», n.º 15.

mática que o liceu lhe fornece (preparação compatível com os resultados daqueles exames de aptidão) um treino de estudo numa licenciatura em Ciências Matemáticas (para o ensino no liceu requerem-se, ainda, determinadas leituras e práticas de natureza pedagógica). Examinando agora, *só globalmente*, a estrutura da licenciatura em Ciências Matemáticas (que constitui ainda os nossos estudos oficiais de nível mais elevado) somos levados a concluir que o objecto do estudo é, aí, constituído por certos capítulos da Física clássica e certas técnicas, precisamente: a Mecânica e, especialmente, a Mecânica Celeste, a Astronomia, a Geodesia e o Cálculo das Probabilidades (com os objectivos especiais da Teoria dos erros e da Técnica dos seguros). Com efeito; estes capítulos especiais de aplicações da Matemática formam os escalões da estrutura que deverão abordar-se indispensavelmente e em último lugar; e as noções propriamente matemáticas e certas técnicas gerais de Cálculo (Análise, Geometria) adquirem-se previamente (ao mesmo tempo que as de Desenho, as de Física e as de Química) com uma — natural relativamente a tal estrutura — frequente preocupação dominante, a daqueles escalões finais. Por outro lado, o estudo da Matemática, propriamente, ocupa (e assim orientado) aproximadamente metade do tempo escolar, os seminários matemáticos são inexistentes, não fazem parte do plano de estudos, ao passo que trabalhos próprios e de grupo no domínio das aplicações são, por vezes, fomentados.

Encarámos a hipótese mais favorável. O caso dos professores do ensino técnico é ainda mais expressivo: frequentemente preparam-se esses com o expresso objectivo de se exercitarem em técnicas especiais, adquirindo, para isso, noções matemáticas e técnicas gerais e especiais de Cálculo. Normalmente, são, para eles, mais reduzidos ainda o tempo de estudo e o domínio dos capítulos abordados em Matemática<sup>(3)</sup>.

Parece, pois, que os nossos professores de *Matemática* não estudam, *normalmente*, Matemática senão na medida em que esta Ciência tem que ver directamente com certas aplicações especiais, certas técnicas, das quais se pode dizer, embora grosseiramente, que não interessam à sua profissão. (Nos liceus normais também não é a Matemática, repetimos, mas a técnica do ensino da Matemática elementar, o objecto das preocupações do futuro professor).

3. Como se sabe, a linha geral do desenvolvimento da Matemática é naturalmente traçada pela do desen-

(3) No ponto de vista da preparação normal dos professores não se percebe que, como sublinha o prof. Caração, haja qualquer coisa não certa quando se constata que a percentagem de reprovações de candidatos do ensino técnico seja, em matemática, superior à dos candidatos do ensino liceal.

volvimento social e, mais directamente e frequentemente, a partir das solicitações das técnicas e das ciências a que se aplica de uma forma imediata. Êste facto e o de que a matemática é por sua vez origem de novos problemas e novas soluções no domínio destas mesmas ciências e técnicas não se contradizem. A matemática é, assim, considerada, tanto quanto isso é possível, um objecto de estudo isolado, independente. E onde ela assim não fôr considerada, em primeiro lugar, não só terá o seu desenvolvimento próprio entravado mas ainda limitada a sua aplicabilidade, diminuída a sua qualidade de reveladora da falta de espírito crítico e do automatismo, etc. Os estudos *matemáticos*, mesmo os, aparentemente e momentaneamente, mais afastadas das aplicações ensinam-nos ainda (isto é posto em relêvo com muita felicidade por Eckmann na sua lição sobre a «idéia de dimensão») sobre a realidade que é a nossa própria maneira de pensar. E o conhecimento em Matemática não se adquire sem o exercício continuado do estudo, da resolução da curiosidade própria pelo esforço próprio, que exigem, se querem ser proveitosos, um treino longo convenientemente dirigido, inicial. (4)

Tudo o que precede legitima agora as seguintes interrogações:

¿ É a Matemática considerada, entre nós, normalmente, como uma ciência em desenvolvimento, sobre a qual há que actuar para a conhecer, e que, embora relacionada com outras actividades, tem problemas próprios exigindo um treino especial e aturado não delimitado (e muito menos normal e estritamente delimitado) pelas ciências e técnicas que ela serve?

¿ Êste treino, êstes problemas, são *normalmente* abordados pelos que hão-de ensiná-los?

Os resultados conhecidos dos exames de aptidão («se se pensar que se trata de pessoas à volta dos 18 anos cujo trabalho foi acompanhado por professores durante anos e que se sujeitaram depois com êxito a provas finais de saída...»), a estrutura da nossa licenciatura em ciências matemáticas, o desenvolvimento da investigação matemática, a mumificação corrente, dos nossos cursos, as nossas bibliotecas matemáticas, a história do «Prémio Nacional Doutor Gomes Teixeira»,<sup>(1)</sup> etc., etc., respondem negativamente àquelas interrogações.

Se está, de facto, em causa uma tal oposição entre concepções tão distantes do estudo da Matemática (esta distância fornecerá uma primeira medida do nosso atraso neste campo) a resolução de tal oposição é um problema primário; e, sem ela, são illusórias, por

(4) Leia-se sobre isto o artigo de J. Albuquerque «Duas demonstrações dum mesmo facto» na Gazeta de Matemática, n.º 16.

lônginquas, as posições da maioria dos outros problemas pedagógicos, como os de programas, métodos especiais, etc., etc.

O remédio, para esta causa especial, consistia em, sistematicamente, fornecer aos futuros e actuais professores uma *preparação capaz* (complementar para os últimos) com a frequência intensiva de seminários, dos mais diversos níveis, orientados por autênticos estudiosos. Mas parece que não será fácil começar:

## SOBRE O ENSINO DA MATEMÁTICA NO CURSO LICEAL

por **António Augusto Lopes**

(Prof. do Liceu Alexandre Herculano, Porto)

O artigo publicado pelo Senhor Dr. Bento Caraça no n.º 17 da «Gazeta de Matemática» sobre os exames de Aptidão não deixa de interessar os professores do Ensino Secundário e, em particular, os dos liceus. Embora caloiro nas coisas do ensino — matéria onde só se deixa de ser novato ao fim de muitos anos — apresento sobre o assunto as seguintes considerações:

1 — Não me parecem de muito interesse os dados fornecidos pelos Exames de Aptidão para o problema da coordenação do ensino secundário com o superior porque, como pode verificar-se pelos pontos saídos nesses exames, os actuais programas do ensino liceal, na disciplina de Matemática, contêm toda a matéria exigida para a entrada nas Universidades. De resto, não deve ser exigida matéria diferente da do ensino liceal. O contrário seria, manifestamente, injusto. Por outro lado, mesmo defendendo a tese de as Universidades se destinarem unicamente à aquisição de «cultura especial», a situação agravar-se-ia porque, se é certo que a finalidade específica do ensino liceal é dotar os portugueses de uma cultura geral útil para a vida (art. 1.º do dec. 27084 de 14-10-936) — a grande maioria dos alunos que termina o curso liceal pretende ingressar nas Universidades.

2 — A falta de correlação entre o ensino secundário e o superior é manifesta e, pelo que diz respeito ao ensino liceal, resulta de não fazerem parte dos programas algumas matérias essenciais para uma boa iniciação dos cursos superiores. Dessas matérias cito, como as mais requeridas por todos os professores, uma grande parte da Trigonometria Plana, elementos de Geometria Analítica Plana e o estudo elementar das derivadas. A situação torna-se particularmente crítica quando, logo de entrada, os professores universitários expõem as suas lições com base em matérias que os seus novos alunos desconhecem completamente. Por exemplo, na cadeira de Física Geral, professada nas

porque os estudiosos são raros e nem sempre (temos o mais convincente exemplo de que assim é) os que aparecem encontram no nosso meio apoio suficiente mesmo quando o seu desinteresse, a sua dedicação, o valor do seu exemplo, o seu entusiasmo, a sua acção se mostram, nitidamente excepcionais. A nossa habitual dispersão das ocupações, das energias está em melhor acôrdo com a idéia, fácil, duma «Matemática» que, simplesmente, serve diversas técnicas rendosas.

Faculdades de Ciências, desatam a diferenciar e a integrar sem qualquer explicação prévia. Os alunos, pasmados, limitam-se a um simples encolher de ombros. Bem sei, que a Física Geral, no plano de estudos da Faculdade, faz parte do 2.º ano, mas, não é menos verdade que os alunos com destino às Escolas Militares têm que frequentar aquela cadeira no 1.º ano.

Chegamos, portanto, a esta conclusão: — ou os programas dos liceus são modificados de modo a incluírem as matérias indispensáveis para bem iniciar um curso superior ou então os cursos universitários são feitos de modo a evitar as anomalias actuais.

3 — Quando o Senhor Dr. Bento Caraça nos indica algumas das desastradas respostas apresentadas nos Exames de Aptidão por *alunos vindos do liceu*, eu gostaria que se tivessem empregado antes as palavras *alunos com o curso liceal* já que eles são, pelo menos, de três origens: alunos internos dos liceus, alunos do ensino particular e alunos individuais. Acrescentarei que os alunos individuais frequentam por conta própria alguma escola particular ou não frequentam nenhuma e constituem parte importante da grande massa de alunos que nos exames liceais apresentam respostas ainda mais aterradoras do que as citadas no artigo do Senhor Dr. Bento Caraça.

O quadro seguinte é extraído da revista «Liceu de Portugal», boletim da acção educativa do ensino liceal, e apresenta as percentagens das reprovações nos exames de Matemática realizados, em todos os liceus, em três anos consecutivos.

Da observação deste quadro, salta à vista que, nos exames liceais, o comportamento dos alunos internos é notavelmente melhor que o dos alunos externos. O mesmo facto é verificado em todas as outras disciplinas. A diferença é mesmo muito anormal e não sei que explicação cabal possa ter. Questão de professores? Creio que não. Note-se, contudo, que uma grande

parte dos professores do ensino particular não tem a preparação profissional dos professores do liceu e que outra parte é constituída por pessoas para quem umas tantas aulas são maneira de ocupar as horas vagas. Diversidade de métodos? Talvez, mas, como resultado de uma diferença de finalidades. Infelizmente um grande número de escolas particulares não têm o ensino por único e primeiro objectivo, coisa que não pode acontecer nos liceus.

Ao pôr em evidência a diferença anormal verificada nos exames liceais entre alunos internos e externos

ANOS	I Ciclo		II Ciclo		III Ciclo / 7.º ano	
	Internos	Externos	Internos	Externos	Internos	Externos
1939-40	9 %	23 %	19 %	45 %	18 %	44 %
1940-41	18 %	35 %	37 %	75 %	43 %	69 %
1941-42	6 %	24 %	24 %	62 %	8 %	32 %

\* Não indico os resultados de 1942-43 por ainda não terem sido publicados em «Liceus de Portugal.»

faço-o com a dupla convicção de que o mesmo deve suceder nos exames de Aptidão e que os factos apontados constituem uma das causas do mal muito grave apontado pelo Senhor Dr. Bento Caraça. Um caso interessante: — no ano de 1942-43, época de Julho, um rapaz, aluno interno do liceu, concorreu ao exame de Aptidão para três cursos diferentes (Engenharia, Escolas Militares e Medicina); uma sua irmã, já reprovada no ano anterior, concorreu a Engenharia e Matemática; os resultados deixaram a pequena verdadeiramente desolada com uma dupla reprovação e o rapaz satisfeíssimo por ter tido três aprovações. Acrescento que o rapaz foi classificado com 12 valores no exame do 7.º ano e a irmã, aluna do ensino particular, tinha obtido 16. Conclusão: — Entendo que a maioria das reprovações nos exames de Aptidão deve pertencer a alunos do ensino particular. Se alguém me

demonstrar o contrário, dou a mão à palmatória.

4 — Finalmente, tomo a liberdade de responder negativamente, no que diz respeito ao ensino nos liceus, à pergunta formulada pelo Senhor Dr. Bento Caraça sobre se os resultados dos exames de Aptidão permitem dizer alguma coisa sobre o nível do ensino. Respondo negativamente porque considero esses dados insuficientes em número e qualidade. Eu digo porquê: nos programas do 7.º ano, se os nossos alunos falham durante o ano em questões como as do exame de Aptidão, ficam reprovados, se falham no exame final têm sorte idêntica; no respeitante aos programas dos anos anteriores (principalmente em Trigonometria e Geometria) não está na mão dos professores garantir a necessária revisão nem na dos alunos o fazerem-na no correr do ano lectivo, para não lhes sobejar tempo para isso.

Por via de regra, os alunos fazem as suas revisões à última da hora, depois de terem feito os exames liceais. No entanto as coisas estão melhorando neste aspecto; muitos professores, em regime de salas de estudo, estão preparando os alunos naquelas matérias em que a deficiência é maior.

Se desejamos chegar a alguma conclusão definitiva sobre o assunto, creio que deve ser adoptado caminho bastante diferente. Por exemplo este:

a) Estudo crítico dos exercícios realizados nos diversos liceus e em diferentes épocas do ano lectivo, para poder analisar todo o programa.

b) Inquérito junto de professores e alunos sobre se «nos liceus, é mais difícil realizar o exame em condições de aprovação ou ser admitido a êle?»

c) Estudo crítico do comportamento dos alunos internos, nos exames, em comparação com os alunos externos.

d) Estudo comparativo dos resultados obtidos pelos alunos internos de todos os liceus nos exames de aptidão.

Procedendo desta maneira, creio que será possível esperar esta conclusão: No liceu, nem tudo está bem, mas, as coisas não estão tão mal como o artigo do Sr. Dr. Bento Caraça pode sugerir. Ao lado dos liceus de Sá da Bandeira e João de Deus enfileiram, com honras iguais, muitos outros — para não dizer todos.

## ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

por António dos Santos Almeida

Na «Gazeta de Matemática» n.º 17, de Novembro de 1943, apresenta o Professor Dr. Bento de Jesus Caraça um artigo subordinado ao título «Algumas reflexões sobre os exames de aptidão».

Nesse artigo diz-se que as considerações feitas são baseadas nos resultados dos exames de aptidão ao Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras, e, por deles se tratar é que tomo a liberdade

de usar da faculdade que é conferida no referido trabalho para apresentar algumas sugestões e conclusões, parte delas resultantes do corpo daquele artigo, e outras da experiência.

Pretende o Prof. Bento Caraça provar que o ensino da matemática nos cursos médios (liceu e ensino técnico) contém «qualquer coisa que não está certo», e que os alunos provenientes do ensino técnico médio dão uma maior percentagem de reprovações nos exames de aptidão ao I. S. C. E. F. do que aquilo que seria de esperar, dado o facto de se tratar de cursos especializados.

Não vou fornecer dados estatísticos calculados matematicamente, mas apenas apresentar factos verificados.

1 — Quando pretende demonstrar que o ensino técnico médio fornece resultados desoladores nos exames de aptidão, o Prof. Bento Caraça apresenta-nos alguns exemplos de respostas dadas naqueles exames, indicando entre parêntesis a procedência dos candidatos.

Poderia à primeira vista supor-se que estas respostas disparatadas foram dadas por candidatos do ensino técnico, pelo menos na sua maioria. Mas não. De nove dessas respostas citadas como exemplos justificativos, sete são de candidatos provenientes do Liceu.

Ora isto, como é óbvio, não justifica a conclusão a que o Prof. Bento Caraça chegou.

2 — Mas não fiquemos por aqui. Há mais e muito importante.

Se fizermos um estudo comparativo dos programas de matemáticas dos liceus e ensino técnico com o do exame de aptidão chegaremos a uma conclusão que poderá fornecer-nos elementos orientadores, elementos estes que podem resumir-se em poucas palavras, mas que não dispensam a elas um ainda que pequeno comentário: «Os programas dos exames de aptidão estão organizados num nível superior aos dos liceus e ensino técnico médio».

Efectivamente assim é. Mas poderá dizer-se que aquêl programa contém as noções consideradas indispensáveis ao ingresso no I. S. C. E. F.

Encaremos agora a questão doutra forma.

O I. S. C. E. F. não é exclusivamente uma escola superior de matemáticas (embora nos seus cursos estejam incluídas quatro cadeiras de matemática) por isso que já existe de há muitos anos a licenciatura em matemáticas nas Faculdades de Ciências. Se partirmos desta verdade e verificarmos que no I. S. C. E. F. existem quatro secções, das quais apenas duas ensinam matemáticas, que a função a desempenhar pelos seus diplomados é essencialmente económica e que a preparação dos actuários (que são em número diminuto) poderia ficar adstricta à licenciatura em matemáticas, concluiremos que o desenvolvimento e a im-

portância atribuídos àquelas cadeiras no I. S. C. E. F. são errados.

A partirmos desta conclusão, que não é apenas pessoal, chegaremos a uma outra, idêntica: «que a exigência tal como existe para os exames de aptidão é também desmedida» (isto sem contar com a diferença de nível dos programas acima citada).

Mas prossigamos, analisando as provas dos exames de aptidão.

3 — Diz o Prof. Bento Caraça que se nota na maioria dos candidatos um completo alheamento pela verosimilhança dos resultados dos problemas propostos.

Como poderão os candidatos revestir-se de calma necessária para analisar o problema, se lhes são apresentados seis pontos, dos quais pelo menos três são charadas, e ainda que destes êle terá que resolver quatro (entre os quais está incluída uma charada como obrigatória) e tudo no reduzido espaço de tempo de duas horas?

Evidentemente que esta pergunta poderá ter duas respostas: ou que o tempo é pouco para prestação da prova, ou que os pontos são inadequados ao fim em vista.

Pois a mim afigura-se-me que ambas as respostas são apropriadas, porque não só devemos contar com a preocupação do candidato em prestar uma prova que lhe permita ser admitido, como também devemos concordar que não é ocasião propícia para resolver charadas, demais a mais com tempo marcado para apresentar uma solução, que se exige seja exacta.

Prossigamos ainda.

4 — A questão tal como foi apresentada envolve ainda os resultados obtidos nos preparatórios sob dois aspectos:

1.º — porque se o candidato, obteve aprovação no exame liceal ou no ensino técnico médio, a qual lhe é dada só quando o aluno demonstrou ter cumprido o respectivo programa, vem mais uma vez provar que o do exame de aptidão se encontra num nível superior;

2.º — porque a lei não diz que para a classificação dos pontos dos exames de aptidão sejam tomados em consideração os resultados obtidos nos preparatórios, mas que das duas provas prestadas seja considerada a melhor.

Certamente se poderá dizer quanto ao primeiro aspecto da questão, haver alunos que, vindos de qualquer das procedências (liceu e ensino técnico), obtêm aprovação. Mas a isto respondo eu informando o Prof. Bento Caraça que, para prestar prova de matemática no exame de aptidão, é necessário que o candidato se prepare durante um ano, só ou com um explicador (quando a sua situação financeira o permita) num programa diferente daquele que estudou.

5. — Apresentados os pontos capitais, resta-me para finalizar, fazer uma consideração de carácter pedagógico, visto que aquêlê artigo também abordou esta questão.

O Prof. Bento Caraça faz uma apreciação sôbre as

condições pedagógicas dos professores do ensino médio, mas não se lembra que nas suas aulas deu no prazo de um mês (o que corrêspõe a 12 lições) o primeiro volume das suas «Lições de Álgebra e Análise».

## NOTA

Publicaram-se na íntegra as respostas ao nosso artigo do n.º 17 da «Gazeta». Se é verdade que o debate não foi tão largo como desejávamos (alguns pontos ficaram ainda no escuro) a verdade é que foram levantadas algumas questões de grande importância cujo estudo aprofundado pode ser do maior interesse. No próximo número farei um resumo das opiniões dadas e das questões levantadas e darei sôbre algumas a minha opinião.

Mas há uma das respostas — a do sr. António dos Santos Almeida — a que quero fazer referência desde já, para não ter depois que me ocupar dela ao lado das outras. A meu ver, poderia esta ter sido uma das interessantes e das mais importantes se o seu autor, em vez de se colocar no ponto de vista polémico do ataque pessoal, tivesse preferido dar-nos objectivamente o ponto de vista de *um candidato* (se erro considerando o sr. Santos Almeida como um candidato, é o tom da sua carta que me leva a êsse erro). O desejo do ataque pessoal obscureceu completamente aos olhos do sr. Santos Almeida as verdadeiras perspectivas da questão, levando-o a fazer um amontoado de inexactidões e injustiças que vai desde a afirmação de que «os programas dos exames de aptidão estão organiza-

dos num nível superior aos dos liceus e ensino técnico médio» (tôda a gente sabe que não existe programa dos exames de aptidão e que êstes são feitos sôbre a matéria do liceu, exclusivamente) até à afirmação final do seu artigo que é ridiculamente falsa e só pode ser feita por quem de todo ignore aquilo de que fala.

Isto passando pela apreciação pitoresca das *charadas*. Evidentemente que o grau *charadístico* duma questão dependê daquele que tem de a apreciar... e, para um analfabeto, uma página da Cartilha Maternal é sem dúvida uma charada...

Há uma parte do artigo do sr. Santos Almeida que tem à primeira vista um ar mais sério — aquela em que discute o papel e extensão da cultura matemática numa Escola Superior de Economia. Infelizmente, os seus argumentos, que estariam bem nos tempos da *economia lírica*, estão agora atrasados de algumas dezenas de anos. E é, afinal, esta a parte mais desoladora do seu artigo. Porque se tivéssemos de julgar, por êste exemplo, da mentalidade da nossa juventude estudantil perderíamos a esperança de ter de deixar andar eternamente *na cauda* de tudo quanto se diz, faz e pensa no resto do mundo.

Bento Caraça

## CONSELHOS AOS ESTUDANTES DE MATEMÁTICA

Conselhos aos Estudantes da Secção de Matemática e Física da Escola Politécnica Federal de Zürich (1)

### A. Estrutura e objectivo final dos estudos.

O plano de estudos da secção IX da E. T. H é organizado de modo que permite por intermédio da duração mínima de 8 semestres de estudo exigidos pelo seu regulamento — uma formação tão universal quanto possível em Matemática e Física. Só nos dois primeiros semestres (para alguns cursos também no 3.º semestre) o ensino dos estudantes da nossa secção é comum ao dos engenheiros; daí por diante desenvolve-se com inteira independência. O pêso principal do estudo poderá dirigir-se ou para a Matemática ou então para a Física.

A *finalidade de estudo* é a aquisição do diploma em Matemática ou Física (com indicação particular sôbre

a capacidade para o ensino nas escolas superiores), o qual pela sua validade federal e pela amplidão das suas bases permite o recrutamento do seu possuidor em todo o território da federação e no estrangeiro. O exame de diploma, a propósito do qual aconselhamos a leitura do «regulamento de diploma», é diferente para os candidatos das direcções matemática e física; êle não se estende só a ambos os ramos principais, mas requere ainda demonstração de conhecimentos num outro ramo que poderá, dentro de várias

(1) A nossa correspondente em Zürich Maria do Pilar Ribeiro enviou à Comissão Pedagógica da Sociedade Portuguesa de Matemática a presente tradução que a «Gazeta de Matemática» apresenta desde já aos seus leitores.

possibilidades, ser livremente escolhido pelo candidato. Aqueles estudantes que queiram dedicar-se ao professorado recomenda-se que adquiram, com base num exame especial, indicações sobre a sua formação e capacidade pedagógicas.

### B. Conselhos gerais sobre o estudo.

1. *Matemática.* A dificuldade principal do estudo da Matemática reside em que a compreensão perfeita das verdades matemáticas pressupõe uma capacidade de abstracção em alto grau. É desaconselhável o estudo, àqueles que não possam assimilar com uma certa facilidade as lições, transformando-as em intuições claras e em conceitos puros e exactos. De resto, o estudo desenvolve com o hábito resta capacidade até ao grau necessário; e por isto não se pode começar pelos fundamentos, últimos, da Matemática mas sim pelo meio. Quando, a partir daqui, se erige o edifício da ciência, é sempre necessário ao mesmo tempo, assentar mais profundamente as bases. Em ambas as direcções o aluno prosseguirá a sua tarefa.

Uma outra separação, não menos necessária, é entre o *conhecimento especial* dos problemas particulares concretos e sua solução até ao resultado numérico, por um lado, e as intuições gerais e idéias por outro lado. Os novos pontos de vista gerais, progressivos, encontram-se em Matemática, sempre em relação com problemas concretos; sem relação com os resultados particulares em que se confirmam eles são esquemas vazios. E por outro lado o conhecimento especial é matéria morta, quando êle se não liga a um todo unificado.

Durante todo o estudo controla-se, por meio da aplicação de teoremas de matemática a exemplos e pela resolução de *problemas*, se se apreendeu completamente o conteúdo. *Só quem é por si próprio capaz, pode verdadeiramente compreender o que os outros tenham dito:* não se pode deixar difundir dentro de nós um conteúdo espiritual duma maneira puramente passiva. Para nos movermos livremente no mundo do pensamento matemático é indispensável o domínio da técnica do cálculo; os primeiros semestres do estudo são os mais favoráveis, para exercitarem fundamentalmente nisto. Todavia tome-se cautela perante as aplicações maquinalmente realizadas; em cada caso deve o uso das fórmulas ser acompanhado da clara recordação do seu significado!

O aluno não espere que se lhe ofereça nas lições toda a espécie de conhecimentos necessárias à sua cultura. A palavra falada é precisamente apropriada para implantar novas idéias no espírito do ouvinte e levá-las, aí, a um successivo desenvolvimento; os livros dão a exposição sistemática fechada. O manejamento da *literatura matemática* é, por isto uma parte muito

importante do estudo. Para esta parte do estudo servem a rica *biblioteca da E. T. H.*, a *sala de leitura* e a *biblioteca do seminário*. Também quanto à leitura são a meditação pessoal e a execução (executar só cálculos e construções com significado) indispensáveis a uma receptividade frutífera. Na leitura, fará bem o estudante, principalmente nos primeiros semestres, em se deixar *aconselhar pelos professores*; êles diligenciarão também auxiliá-lo nas suas dificuldades. Porém o estudante não peça que a cada passo lhe desembarquem o caminho; o erro e a sua ultrapassagem por esforço próprio é mais útil do que a verdade aceite sem custo.

O serviço de ensino, orientado pelos professores, traduz-se em *lições, exercícios e seminários*. Enquanto que as lições proporcionam o assunto do ensino, servem os exercícios nos graus mais elevados (aproximadamente a partir do 5.º semestre) e o seminário ao fomento da actividade científica própria. Pôr-se-ão problemas e dar-se-ão indicações para a descoberta própria dos mais simples resultados matemáticos. Ou procuram-se memórias originais para conferências acerca das quais o estudante dá notícia; aqui devem pôr-se em relêvo, a partir do revestimento das fórmulas, a substância, as idéias fundamentais, a estrutura dos conceitos e demonstrações matemáticas. Dos assuntos tratados no seminário resultam, em regra, os temas dos trabalhos de diploma.

### 2. Física.

3. *Ramos afins.* A matemática e a física estão em estreita conexão com outros domínios da ciência; pelo menos num dêles deve o estudante familiarizar-se teórica e praticamente. Em primeiro lugar aparece a *Astronomia* como de igual importância para os matemáticos e para os físicos (visto que as escolas médias os encarregam ordinariamente do ensino da Astronomia). A *mecânica superior*, estreitamente entrelaçada com os domínios clássicos e modernos da Matemática e da Física, tem sempre interesse para ambas as direcções. A *análise prática* conduz a seguir as idéias matemáticas até aos métodos numéricos mais seguros e mais cómodos e é de importância na técnica. A *matemática de seguros e ao cálculo das probabilidades*, que facilitam o caminho para uma profissão prática, não deixarão os alunos da nossa secção de procura dedicar-se. As aplicações da física ramificam-se profundamente dentro da técnica; um domínio muito tratado é o da *técnica de alta frequência*. A *química* interessa directamente ao físico, visto que os novos desenvolvimentos da física trouxeram consigo um contacto cada vez mais amplo, mesmo uma compenetração da química e da física. A *mineralogia geral* é de importância para os físicos em face da significação dos cristais,

para a estrutura da matéria e para obtenção e verificação das suas leis elementares; para o matemático é ela o exemplo duma morfologia dominada pelo ponto de vista da teoria dos grupos. A *geodesia* é um dos ramos mais importantes da matemática aplicada. Independentemente dos ramos à escôlha devia o estudante duma escola superior técnica tomar a peito conhecer as aplicações técnicas junto dos colegas da secção de engenharia. De maior significação prática tornou-se hoje a física técnica, cujo estudo contém importantes possibilidades. Êle é realizado no E. T. H. no *Instituto de Física Técnica* e sua *secção para investigação industrial*, onde também existem possibilidades de manifestação para os jôvens físicos. A todos é de aconselhar a participação regular num curso *pedagógico-prático* (lições e exercícios); os semestres médios de estudo são para isso os mais cómodos. Os grandes problemas do conhecimento que a matemática e a física propõem, constituem para os trabalhadores nestas ciências a passagem natural para a *filosofia*. Finalmente abrem-se aos estudantes da E. T. H. na «secção dos cursos livres» lições e exercícios de todos os domínios do conhecimento. Contudo, não deve o estudante sobrecarregar o seu plano de estudos e deve reservar tempo para o *estudo próprio*.

### C. O programa normal de estudos.

No que respeita a lições e exercícios distinguem-se:

I. *As lições introdutórias* e a prática para principiantes que ocupam aproximadamente os três primeiros semestres. São fundamentalmente constituídas por:

*Calculo diferencial e integral*. Mediante pequenas lições de introdução à teoria das funções, destinadas em primeiro lugar, aos estudantes da nossa secção, deve dar-se ao rigor dos conceitos o lugar que êle tem nos fundamentos, mas naturalmente de modo que estas lições basilares, indicadas também para os engenheiros, não fiquem demasiadamente pesadas.

As lições de *mecânica* por um lado, de *física geral* por outro lado constituem o fundamento para o estudo das ciências exactas. Um instrumento matemático indispensável à física é a *análise vectorial*, que os estudantes devem aprender, particularmente nas lições sôbre geometria descriptiva e vectorial e *aplicações da matemática*.

*As geometrias descriptiva, vectorial, analítica e projectiva* constituem a introdução ao estudo da geometria superior. O último destes cursos pode ser pôsto de lado pelos físicos, não porém o de geometria analítica no qual se encontra em primeiro lugar a álgebra linear e quadrática. Em lugar da geometria projectiva há, para os físicos, uma lição de introdução à química.

II. *O corpo de lições a manter regularmente em que*

são expostas teorias matemáticas e físicas clássicas fundamentais e, em primeiro lugar:

a) na direcção matemática:

*Álgebra e teoria dos números.*

*Teoria das funções.*

*Teoria das superfícies* (geometria infinitesimal).

A teoria das funções complexas é o núcleo de tóda a análise; ela ensina-se em regra em duas partes.

b) na direcção da física:

.....  
Estas lições principais constituem um ciclo de 4 semestres.

III. *As lições especiais* com conteúdo variável, que sai fora das necessidades indispensáveis às aplicações; a sua escôlha é livre, de maneira que o estudante deixar-se-á guiar pelo seu interesse pessoal. O corpo das lições constitue, em geral, aquilo que se pressupõe conhecido para a compreensão das lições especiais correspondentes. Indicam-se alguns assuntos principais de tais lições:

a) na direcção matemática:

Equações diferenciais, capítulos especiais sôbre funções analíticas de uma ou de mais variáveis, teoria dos grupos (teoria de Galois), corpos de números algébricos, teoria analítica dos números, cálculo das variações, teoria do potencial, desenvolvimento em série e condições nos limites em física matemática, séries de Fourier, equações integrais, curvas e superfícies algébricas, geometria *n*-dimensional, representação conforme, axiomática da geometria, geometria não euclideana, topologia, teoria dos conjuntos.

b) na direcção da física:

.....  
IV. *Práticas.*

V. *Lições e práticas dos cursos à escôlha* (lições especiais entre parêntesis):

ASTRONOMIA — lições: astronomia geral, prática de astronomia, em especial a determinação das coordenadas geográficas, introdução à astrofísica, (determinação das órbitas dos corpos celestes, capítulos especiais de astrofísica); prática: exercícios sôbre observações astronómicas (no semestre de verão) e cálculos astronómicos (no semestre de inverno).

MECÂNICA SUPERIOR — lições: capítulos escolhidos de mecânica, de conteúdo variável, (domínio da dinâmica [mecânica III], mecânica analítica, mecânica celeste, lições avançadas de resistência de materiais, hidrodinâmica); prática: exercícios e seminário de mecânica.

ANÁLISE PRÁTICA — lições: métodos gráficos, instrumentos matemáticos e máquinas de calcular, nomografia, métodos numéricos; prática — ligada com as lições.

MATEMÁTICA DE SEGUROS E CÁLCULO DAS PROBABILIDADES — lições: cálculo das probabilidades (com comple-

mentos ou capítulos especiais), matemática de seguros com introdução e capítulos especiais, teoria do risco; prática—ligada com as lições, seminário de matemática de seguros, repetições.

TÉCNICA DE ALTA FREQUÊNCIA.

QUÍMICA :

MINERALOGIA GERAL :

GEODESIA — lições—técnica de medições, cálculo de compensações pelo método dos mínimos quadrados; práticas—exercícios de medições.

#### D. Objectivo do ensino.

a) Na matemática pura : o que os estudantes da direcção matemática, sobre quaisquer circunstâncias, deverão atingir, pode resumir-se, pouco mais ou menos, como segue :

(*Análise*). Compreensão da edificação do domínio numérico, em particular das grandezas irracionais e imaginárias, assim como dos fundamentos rigorosos da análise. Noções fundamentais do cálculo diferencial e integral; domínio técnico do cálculo. Teoria das funções duma variável complexa, sua relação com a teoria do potencial e com as transformações conformes. Os métodos especiais mais simples de integração no domínio das equações diferenciais e construção geral das soluções (teoremas de existência.)

(*Álgebra*). Teoria da divisibilidade no domínio dos números inteiros e das funções inteiras. Funções simétricas com aplicações à resolução algébrica das equações. Conceitos fundamentais da teoria dos grupos e da teoria dos corpos algébricos. Teoria das congruências incluindo a lei da reciprocidade quadrática.

(*Geometria*). Compreensão completa da relação entre a geometria por um lado, a álgebra e a análise por outro lado, por intermédio da noção de coordenadas, assim como dos grupos de transformações mais importantes, nomeadamente o métrico, o afim, o projectivo, o da geometria conforme e o da *analysis situs*. Os métodos mais importantes de transformações geométricas. Fórmulas fundamentais da geometria analítica euclidiana. Conhecimento da edificação da geometria pro-

jectiva, sua formulação sintética e analítica. Geometria infinitesimal (curvas planas e torsas, teoria da curvatura das superfícies, geometria sobre uma superfície); axiomática, geometria não euclidiana.

b) Na física :

#### E. Promoções.—Sociedades científicas.

Raramente as circunstâncias de vida ambiente permitirão a um jovem dedicar-se exclusivamente à investigação científica; na maior parte das vezes quererão voltar ao estudo por inclinação própria, por força do ensino ou por outra necessidade de ordem prática. Não obstante, deve, quem tenha tocado em matéria para um trabalho científico próprio, desejar concluir os seus estudos com a promoção a doutor. Junto da E. T. H. oferece-se aos licenciados a possibilidade desta conclusão, com os numerosos lugares de assistentes. Uma possibilidade semelhante oferecem as colocações provisórias nas escolas de cantão suíças ou os lugares de professor auxiliar nas escolas médias de Zurich.

As oportunidades para a continuidade da orientação científica encontram-se nas sociedades científicas.

Ao lado do *colóquio de física* há também (não indicado no programa) um *colóquio de matemática*.

A *Sociedade Física de Zurich* mantém regularmente secções nas quais os estudantes têm entrada livre. Outras sociedades científicas são :

A *Sociedade Suíça de Matemática* ;

A *Sociedade Suíça de Física* ;

A *União Suíça de Matemática de Seguros* ;

A *União dos Professores de Matemática Suíços* ;

As *Sociedades Suíça e Cantonais de Ciências Naturais* ;

A *União Suíça dos Professores do Liceu*.

Tôdas estas sociedades acolhem prontamente os jovens que se interessam pelos seus objectivos. Os estudantes dos semestres superiores fazem bem em visitar estas sociedades, ainda por ocasião das suas reuniões anuais e exposições científicas, para receberem incitações e travar conhecimento pessoal com os indivíduos das profissões a que se destinam.

## TEMAS DE ESTUDO

### LÓGICA MATEMÁTICA — INDICAÇÕES BIBLIOGRÁFICAS

por Bernardino Barros Machado

Em 1847 publicou-se em Cambridge «The Mathematical Analysis of Logic» do inglês George Boole. Seguiu-se-lhe, «An Investigation of the Laws of Thought», London, 1854. Boole pretendia nestes livros «estabelecer a ciência da Lógica e construir o seu

método» a partir «da linguagem simbólica do Cálculo» e «fazer do próprio método a base dum método geral para a aplicação da doutrina matemática das probabilidades».

A aplicação da Matemática à Lógica no intento de