

Cofres



1. O criativo professor Manuel apareceu na aula com cinco cofres, numerados de 1 a 5, naturalmente. Um deles contém 30 bilhetes para um concerto Rock (há 30 alunos na sala), os outros quatro estão vazios. Mas, para descobrir o número do cofre premiado, o prof. propõe um exercício: "Vocês escrevem onze perguntas a que eu possa responder Sim ou Não. Após eu responder podem escolher um cofre para abrir. Mas", enfatizou, "eu posso mentir uma vez nas minhas respostas. Não garanto que o faça, mas posso mentir, no máximo, uma vez".

"Temos de escolher bem as perguntas, mas não sei se 11 chegam", disse a Francisca. "Claro que chegam, vamos ao concerto!", disse a Laura.

A Laura tem razão? Quais são as perguntas a fazer? E se fossem menos de 11?

2. Dez alunos do prof. Manuel vão ter um teste de recurso, visto que as notas não têm sido boas. O prof. aparece na sala com um cofre que abre com uma combinação de cinco algarismos. "O enunciado está dentro do cofre, e aqui estão os vossos códigos para o abrirem", e distribui as combinações 07344, 14098, 27356, 36429, 45374, 52207, 63822, 70558, 85237 e 97665. Os alunos tentaram, mas nenhum conseguiu abrir o cofre.

"Ah, já me esquecia, cada um dos vossos códigos tem exactamente um dígito no local certo, têm de deduzir o código para abrir o cofre", diz o prof.

Os alunos podem aceder ao enunciado? Qual é o código certo?

3. A comissão de turma é constituída por cinco elementos, a Laura, a Francisca, o Rui, a Ana e o Diogo. O prof. Manuel confia muito nestes alunos, mas não infinitamente. Para guardar o livro de ponto utiliza um cofre com várias fechaduras diferentes, de forma a que quaisquer três destes alunos juntos podem abri-lo, mas dois nunca o conseguem. Ao prof. basta a presença de um dos alunos para o abrir. Quantas fechaduras tem o cofre? Quantas chaves tem cada pessoa?

4. Diz o prof. na última aula: "Agora, para irmos de férias contentes, tenho um problema de cofres mais difícil. Vou começar com um exemplo. Se tivermos dez cofres, numerados de 1 a 10, colocados lado a lado:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

eu começo por alterar (neste caso, abrir) todos (representemos por **negrito** os cofres abertos):

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

agora vou alterar (neste caso, fechar) os de numeração par, obtendo:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

seguidamente altero (fecho ou abro) os que usem múltiplos de 3:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

e o mesmo para os múltiplos de 4:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Agora os múltiplos de 5:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

depois, sucessivamente, os múltiplos de de 6, 7, 8, 9 e 10, obtendo:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Os cofres abertos, após estes dez passos, são os correspondentes aos números 1, 4 e 9. A minha pergunta é: e se tivéssemos 100 cofres e procedéssemos da mesma forma, alterando o estado deles por um processo semelhante, englobando cem passos, quais estariam abertos no fim?” Ouvia-se uma voz do fundo da sala: “Chou... é fácil, eu sei!”, afinal o Diogo não dormia sempre nas aulas...

Jorge Nuno Silva
Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa
jnsilva@cal.berkeley.edu

Recreio

